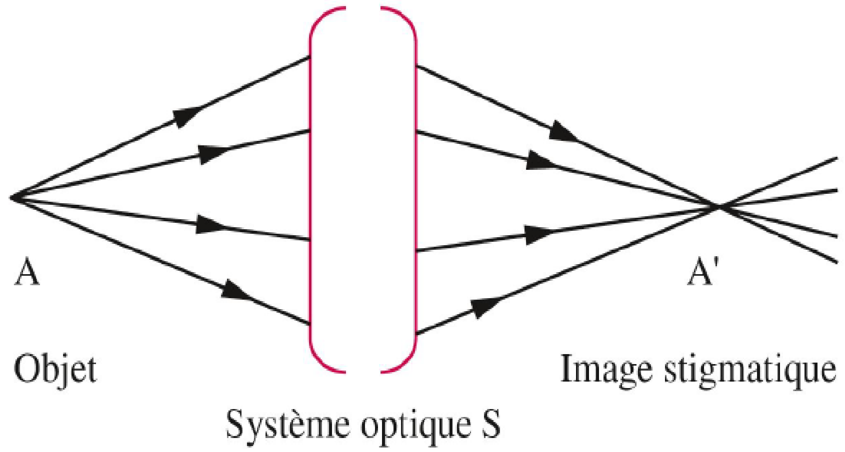
CHAPITRE IV Image formée par un système optique

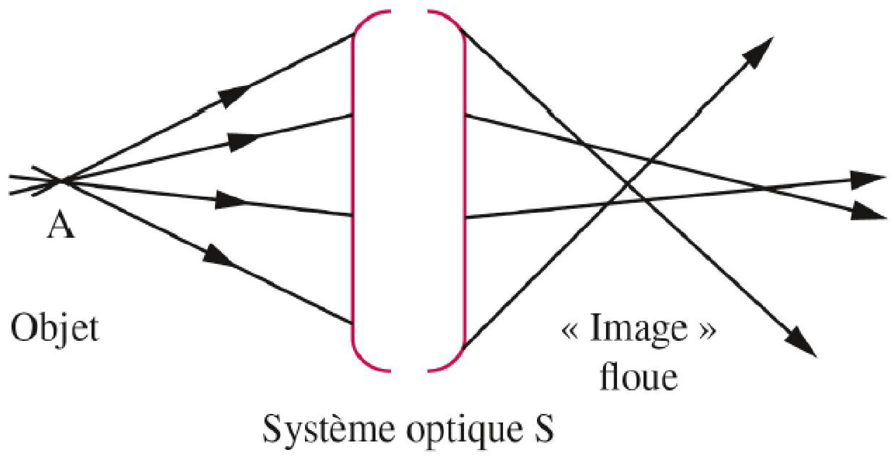
I Le stigmatisme

1°) Le stigmatisme rigoureux

Un système est dit stigmatique pour un point objet A et un point image A’, si tout rayon issu de A converge vers A’ à la sortie de ce système.

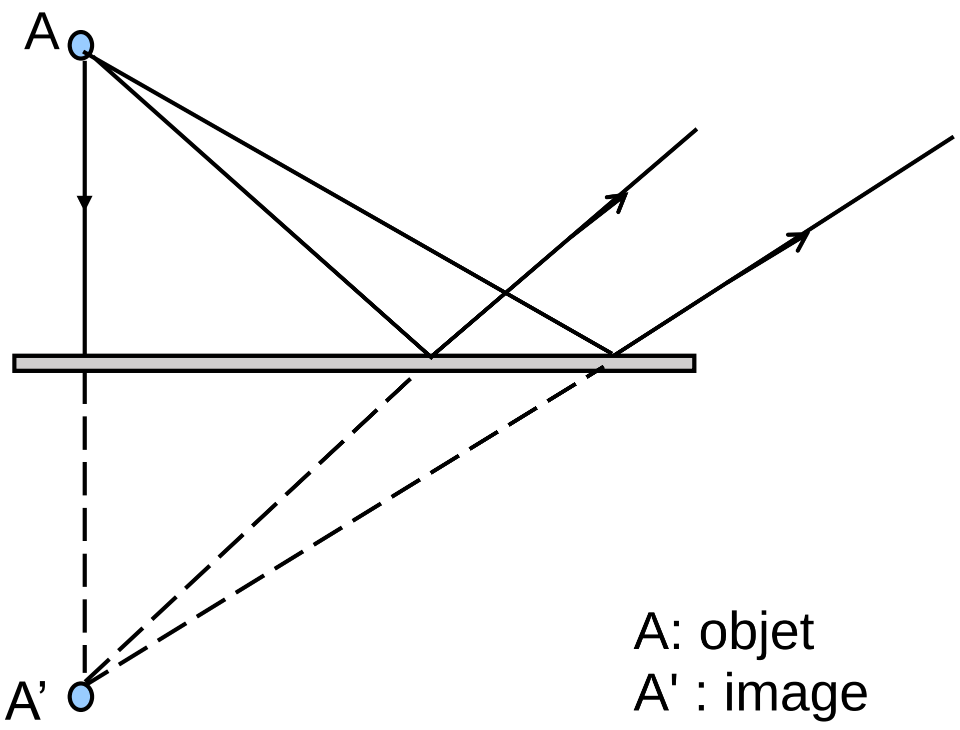


Cas du stigmatisme



Cas sans stigmatisme

Cas de stigmatisme rigoureux : le miroir plan



A: objet
A' : image

Quelque soit le rayon issu de A, le miroir donne un rayon réfléchi passant par A’

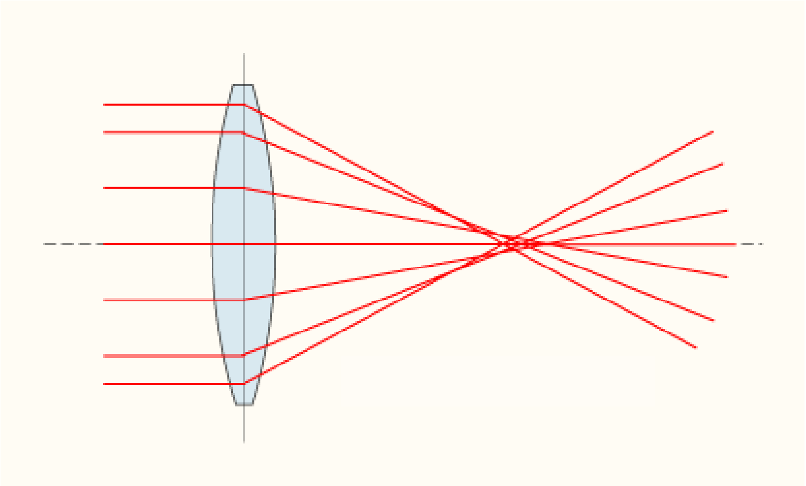
2°) Le stigmatisme approché

Le stigmatisme rigoureux n'est pas fondamental :

Sensibilité du détecteur : structure cristalline de l'œil ($\leq 5\mu$m) – de la pellicule photo (10 à 100μm)

Le système optique présente un stigmatisme approché pour un couple de points A et A',

si tout rayon issu de A **passe au voisinage** de A' après avoir traversé le système.



L'écart n'est pas sensible au niveau du récepteur

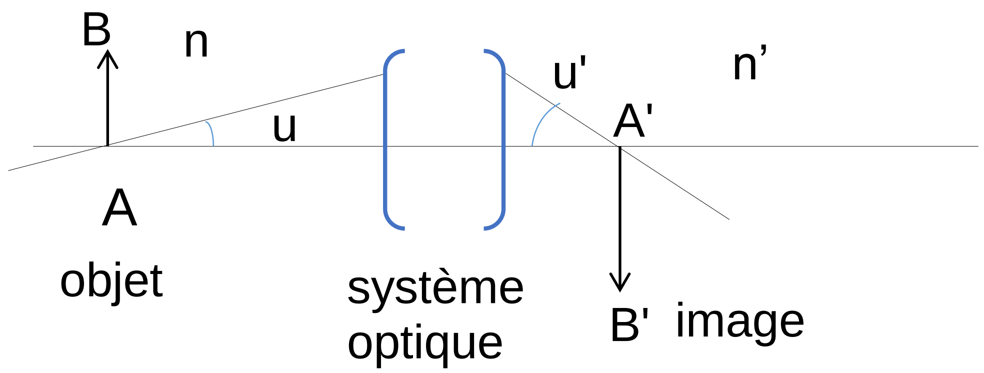
• Conditions du stigmatisme approché : **Conditions de Gauss**

- Rayons lumineux proches de l’axe

- Rayons lumineux faiblement inclinés sur l’axe (angles d’incidence petits)

• Système optique centré utilisé dans les conditions de Gauss :

- Stigmatisme approché
- Aplanétique : l’image d’un objet plan perpendiculaire à l’axe optique est plane et perpendiculaire à l’axe optique



- Condition d'**ABBE** : $\quad n\,\overline{AB}\,\sin u = n'\,\overline{A'B'}\sin u'$

$\overline{AB}$ et $\overline{A'B'}$ sont des **grandeurs algébriques**

(positives ou négatives suivant l'orientation de l'axe)

Dans les conditions de Gauss :

u et u' petits → **sin u ≈ u** et **sin u' ≈ u'** ***approximation des petits angles (en radian)***

$$n\,\overline{AB}\,u = n'\,\overline{A'B'}\,u'$$

Grandissement transversal : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

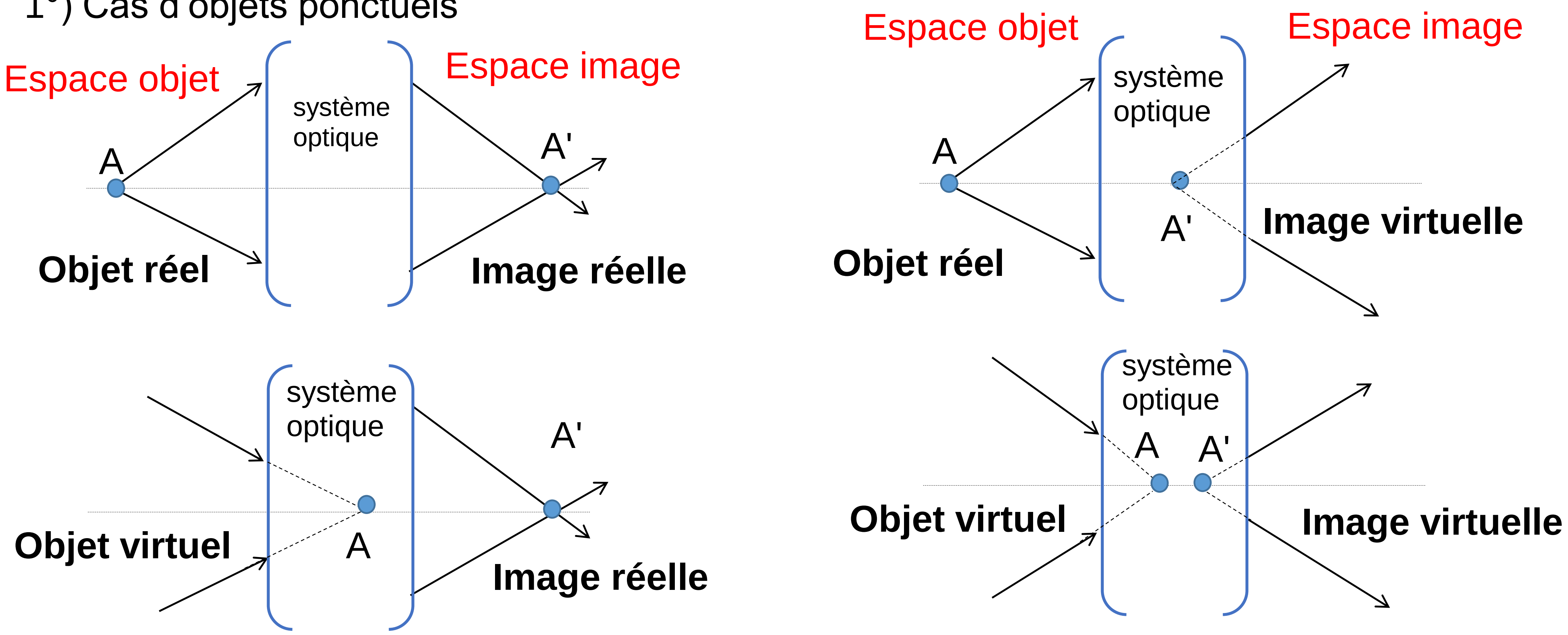
Grossissement angulaire : $G = \dfrac{u'}{u}$

$$\rightarrow \boldsymbol{\gamma . G = \frac{n}{n'}}$$

II Nature de l'objet et de l'image dans un système optique

Système optique : ensemble de dioptres et de miroirs

1°) Cas d'objets ponctuels



D'après le principe de retour inverse de la lumière : A et A' sont interchangeables

→ A et A' sont dits **points conjugués** par le système optique

2°) Les foyers d'un système optique

Foyer image : lorsque le faisceau incident arrive parallèle à l'axe optique sur un système optique dans les conditions de Gauss, alors à la sortie du système, les rayons convergent sur un point appelé **foyer image,** noté F' :

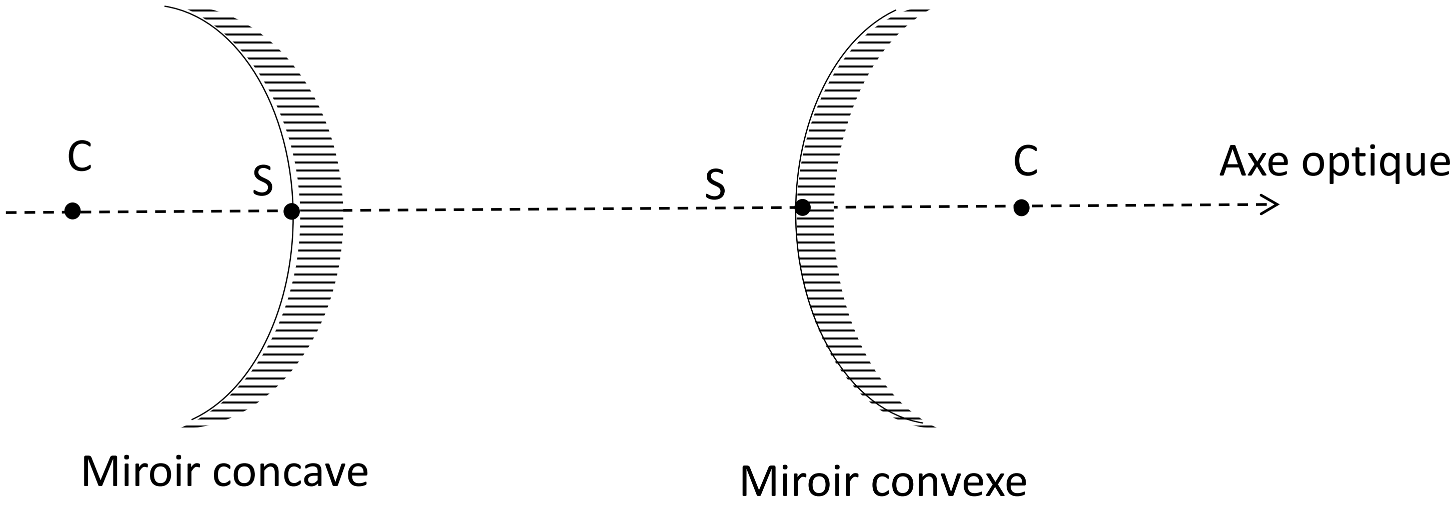
Objet A situé à l'infini → image A' située sur le foyer image F'

Foyer objet : les rayons issus du foyer objet, noté F, doivent, après avoir traversé le système, être parallèles à l'axe optique

Objet A situé sur le foyer F → image A' située à l'infini

III Miroir plan-miroir sphérique

1°) Miroir sphérique



S : Sommet du miroir

C: centre de courbure du miroir

Relation de conjugaison : équation reliant la position de l'image A' à celle de l'objet A

Pour le miroir sphérique : $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$

$\overline{SC}$: rayon de courbure du miroir

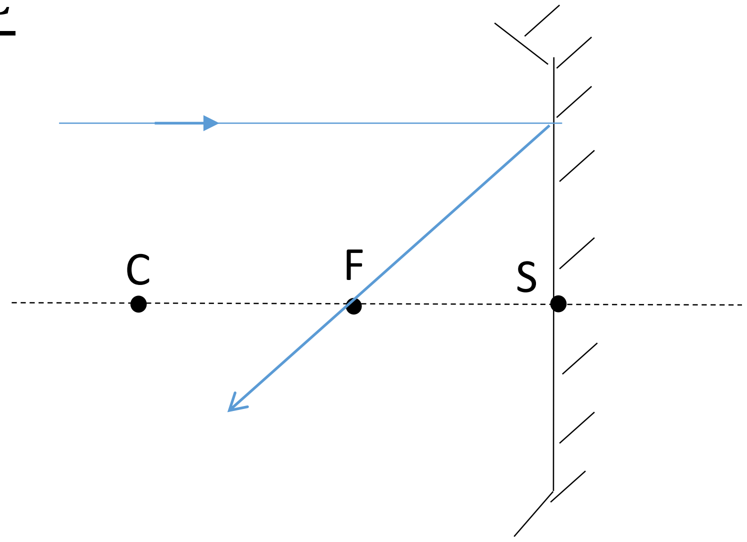
Positions des foyers F et F' :

- Si l'objet A est à l'infini, son image se forme sur le foyer image F' :

$$\overline{SA} = \infty \rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} = 0$$

$$\overline{SA'} = \overline{SF'}$$

la relation de conjugaison devient : $\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \rightarrow \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$



- Si l'objet est au foyer objet , son image est à l'infini :

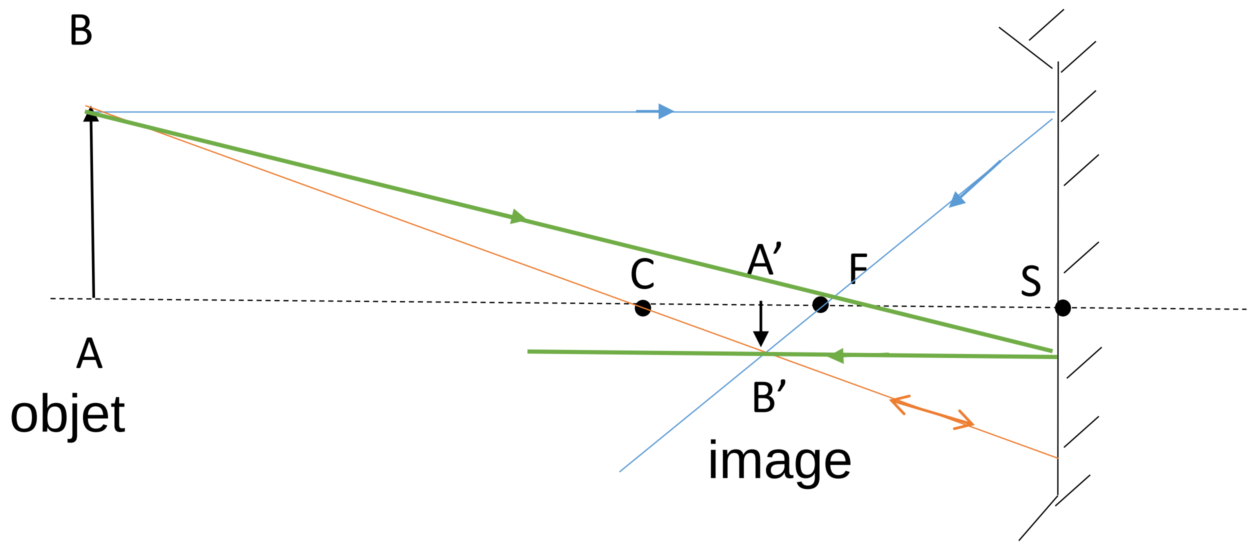
$$\overline{SA} = \overline{SF}$$

$$\overline{SA'} = \infty \rightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} = 0$$

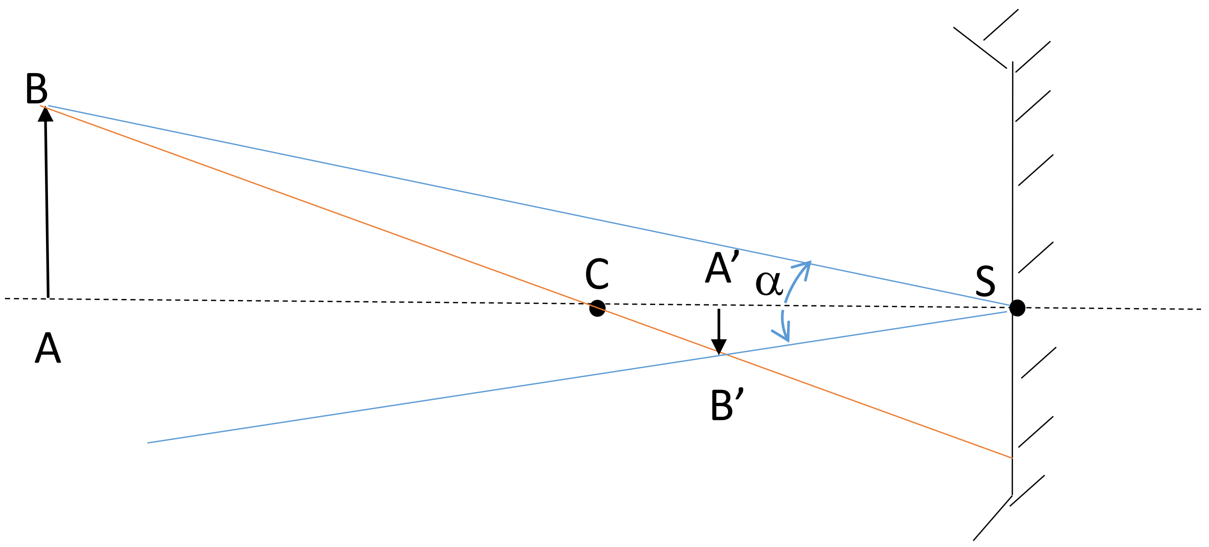
La relation de conjugaison devient : $\frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}} \rightarrow \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$

Donc : $\overline{SF} = \overline{SF'}$: les foyers objet et image sont confondus pour le miroir

Construction géométrique



- A étant situé sur l’axe, A’ est sur l’axe
- Le rayon issu de B parallèle à l’axe: rayon réfléchi converge sur F
- le rayon issu de B passant C : rayon réfléchi non dévié
- le rayon issu de B passant par F : rayon réfléchi parallèle à l’axe



$$\tan\alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}} \quad \text{et} \quad \tan(-\alpha) = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$$

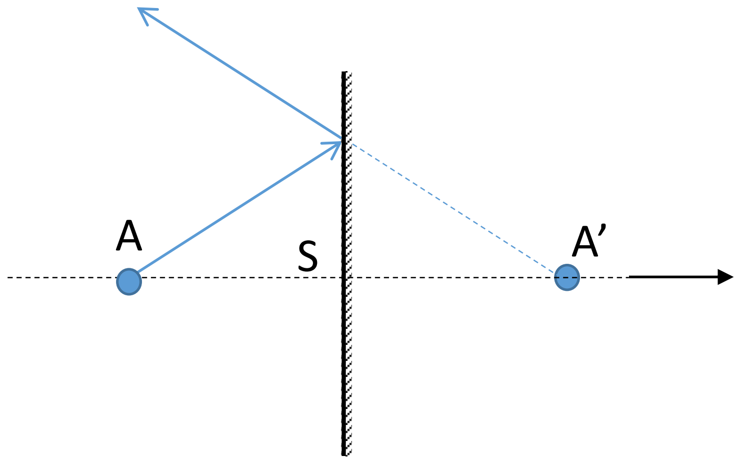
Grandissement transversal : $\boldsymbol{\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$

2°) Miroir plan

Le rayon de courbure d'un miroir plan est infini : $\overline{SC} = \infty$

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = 0$$

$$\rightarrow \qquad \overline{SA} = -\overline{SA'}$$



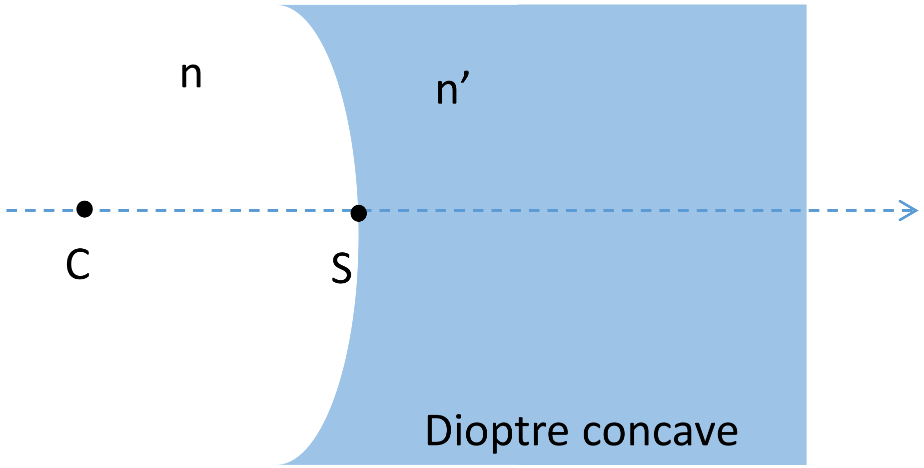
A et A' sont symétriques par rapport au miroir

Grandissement transversal : $\gamma = 1$

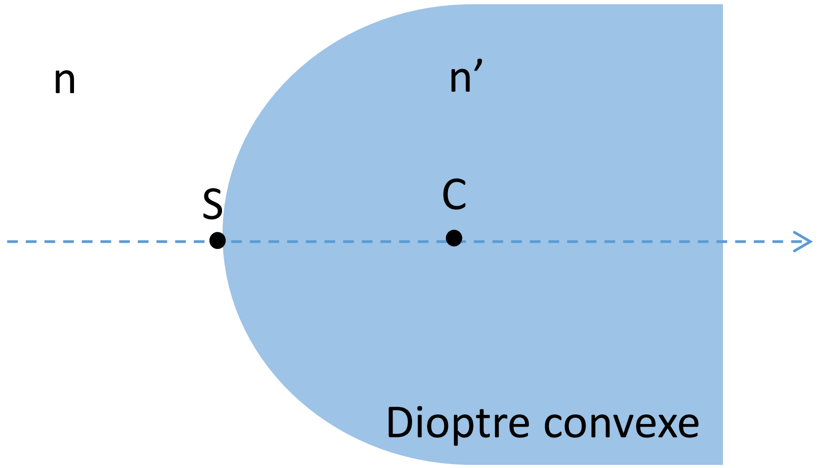
IV Dioptre sphérique

1°) définition

Surface sphérique séparant deux milieux d'indice n et n', possédant un centre **C** et un rayon de courbure **R =** $\overline{SC}$.



Rayon de courbure **R < 0**



Rayon de courbure **R > 0**

2°) Relations de conjugaison

- **Origine au sommet S** :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

- **Origine au centre de courbure C** :

$$\overline{SA} = \overline{SC} + \overline{CA} = \overline{CA} - \overline{CS}$$

$$\overline{SA'} = \overline{CA'} - \overline{CS}$$

$$\frac{n'}{\overline{CA}} - \frac{n}{\overline{CA'}} = \frac{n'-n}{\overline{CS}}$$

3°) Foyers F et F'

- *Foyer image F'* : objet A à l'infini → image A' au foyer image F'

$$\frac{n'}{\overline{SF'}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} \rightarrow \quad \overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n}\overline{SC} = f' \qquad \text{: distance focale image}$$

- *Foyer objet F :* objet A sur le foyer F → image A' à l'infini

$$-\frac{n}{\overline{SF}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} \rightarrow \overline{SF} = -\frac{n}{n'-n}\overline{SC} = f \qquad \text{: distance focale objet}$$

$$\frac{n'}{\overline{SF'}} = -\frac{n}{\overline{SF}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} = \Phi \quad \text{: Vergence du dioptre}$$

unité : dioptrie δ (m^{-1})

Les distances focales objet et image sont de signes différents.

Les foyers F et F' ne sont pas symétriques par rapport au sommet du dioptre.

Les foyers F er F' ne sont pas conjugués.

- *Relation de conjugaison avec origine aux foyers du dioptre* :

On pose : $\overline{FA} = \pi$ et $\overline{F'A'} = \pi'$

$$\overline{SA} = \overline{SF} + \overline{FA} = f + \pi \quad \text{et} \quad \overline{SA'} = \overline{SF'} + \overline{F'A'} = f' + \pi'$$

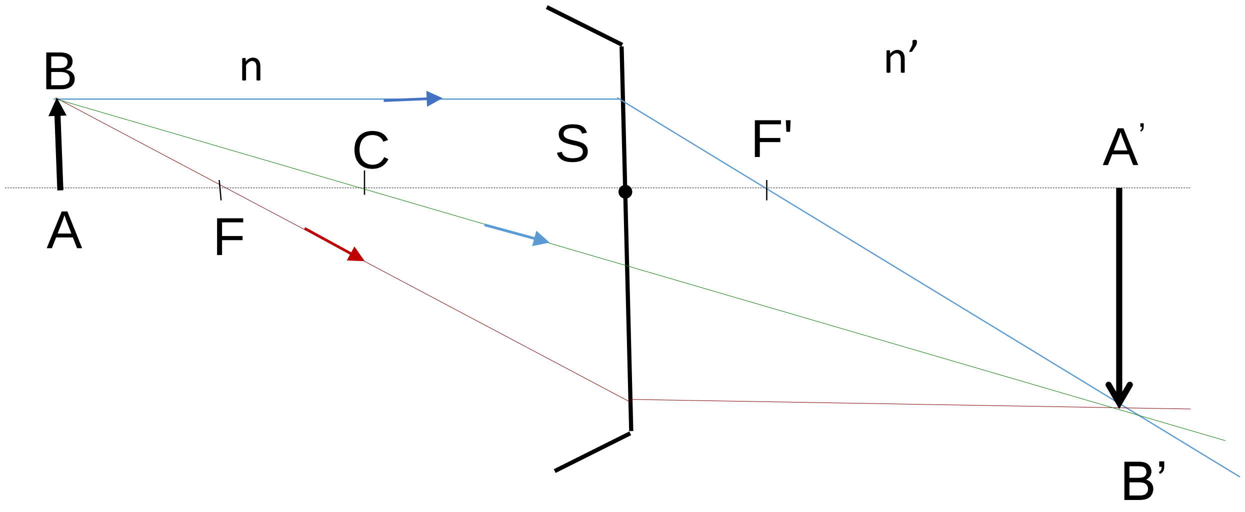
→ **Formule de NEWTON** : $f.f' = \pi.\pi'$

4°) Construction géométrique

Dioptre convergent

Un dioptre est convergent lorsque sa vergence $\Phi > 0$: $\overline{SC}$ et (n'- n) de même signe

$\overline{SC} < 0$ et n > n'



Les foyers F et F' sont réels

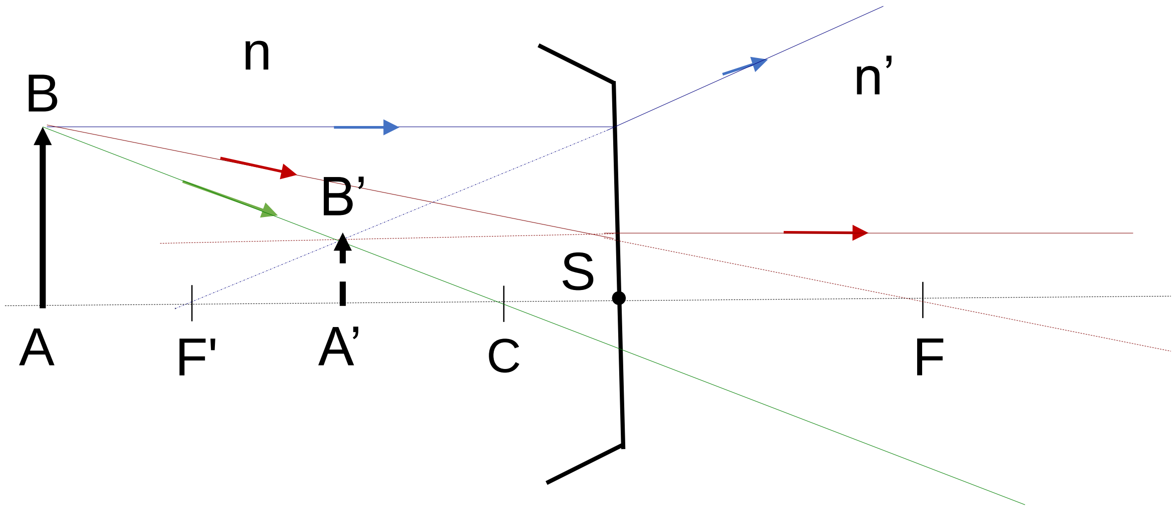
AB : objet réel

A'B' : image réelle

Dioptre divergent

Un dioptre est divergent lorsque se vergence $\Phi < 0$: $\overline{SC}$ et (n'- n) de signe opposé

$\overline{SC} < 0$ et **n' > n**



Les foyers F et F' sont virtuels

AB : objet réel

A'B' : image virtuelle

5°) Grandissement de l'image

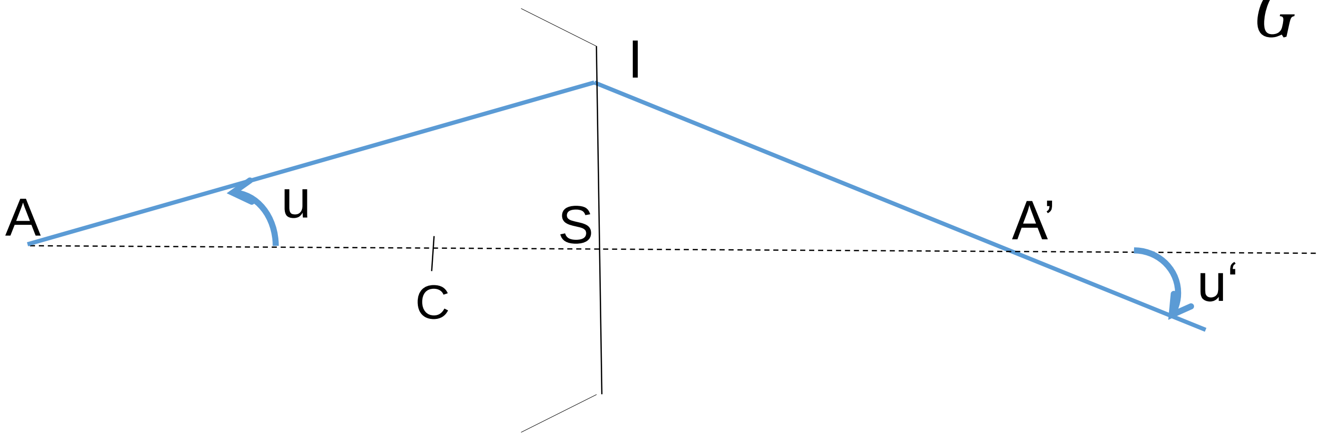
Grandissement transversal :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA\prime}}{\overline{CA}} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Relation de Lagrange –Helmholtz : $\gamma = -\frac{f}{\pi} = -\frac{\pi\prime}{f\prime}$

Grossissement :

Dans les conditions de Gauss : $\tan u \approx u \approx -\frac{\overline{SI}}{\overline{SA}}$ et $\tan u' \approx u' \approx -\frac{\overline{SI}}{\overline{SA\prime}}$



$$G = \frac{u\prime}{u} = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA\prime}}$$

$$\gamma G = \frac{n}{n\prime}$$

6°) Le dioptre plan

Le rayon de courbure $\overline{SC}$ du dioptre plan est infini : $\frac{1}{\overline{SC}} = 0$

Relation de conjugaison avec origine au sommet : $\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = 0$

Grandissement transversal : $\gamma = 1$

Grossissement : $G = \frac{n}{n'}$