LES REGIMES SINUSOÏDAUX

- A - VALEUR INSTANTANEE D'UNE TENSION :

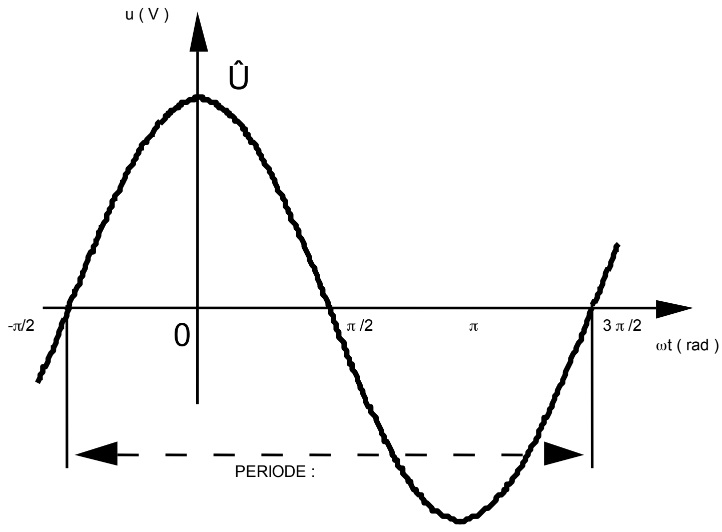
$$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi)$$

Avec :

- $u(t)$: valeur instantanée de la tension.
- $\hat{U}$: valeur maximale de la tension, en volts.
- ω : pulsation de la tension, en radians par secondes.
- φ : phase de la tension à l'instant initial, en radians.
- $\omega t + \varphi$: phase de la tension à l'instant t, en radians.

Relations importantes :

- $\omega = 2.\pi.f$ avec f : fréquence du signal en hertz.
- $T = \dfrac{1}{f}$ avec T : période du signal en secondes.



REPRESENTATION D'UNE TENSION SINUSOÏDALE

- B - VALEUR MOYENNE :

La valeur moyenne $\overline{x}$, d'une grandeur périodique quelconque x, se calcule à partir de la relation :

$$\overline{x} = \frac{1}{T}\int_{(T)} x \, dt$$

N B : La valeur moyenne d'un signal sinusoïdal est nulle.

La valeur moyenne d'une tension se mesure à l'aide d'un voltmètre numérique en position continue, ou d'un voltmètre magnétoélectrique en position continue (la fréquence doit être comprise entre 10 et 5 kHz).

- C - VALEUR EFFICACE :

La valeur efficace Y, d'une grandeur périodique y se calcule à partir de la relation :

$$Y^2 = \frac{1}{T}\int_{(T)} y^2 \, dt$$

La valeur efficace d'une tension, u, sinusoïdale et seulement dans ce cas, se déduit de la relation :

$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

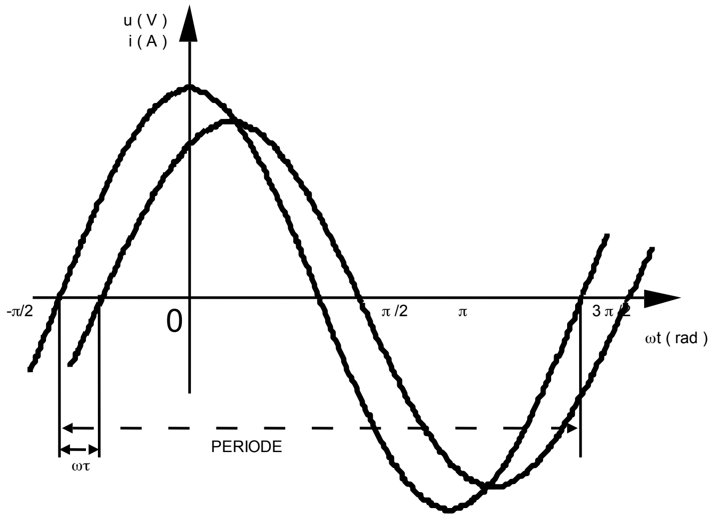
La valeur efficace de n'importe quelle tension se mesure à l'aide d'un voltmètre numérique, RMS (Root Mean Square), en position AC + DC.

- D - REPRESENTATION DES GRANDEURS SINUSOÏDALES :

La représentation cartésienne utilise des fonctions sinusoïdales du temps :

$$i = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi_u)$$



REPRESENTATION CARTESIENNE

Le déphasage entre u et i est la différence φ entre les phases initiales de u et de i :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

Si $\varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$, la tension u est en avance sur l'intensité i.

Si $\varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$, la tension u est en retard sur l'intensité i.

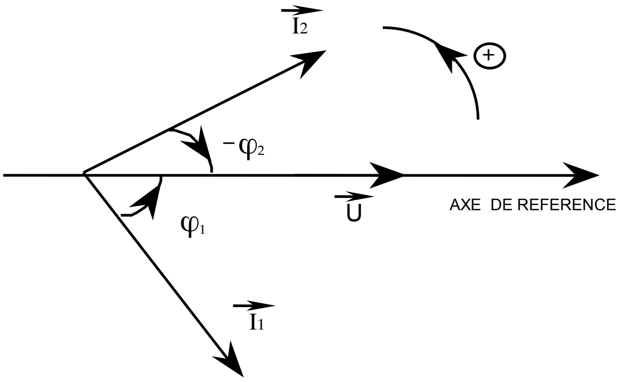
Le déphasage se déduit du décalage horaire, à l'aide de la relation :

$$|\varphi| = \frac{2\pi.\tau}{T}$$

Nous pouvons choisir l'une des phases initiales nulle :

Si $\varphi_u = 0$: $u = \hat{U} \cos(\omega t)$; $i = \hat{I} \cos(\omega t - \varphi)$

Avec : φ = déphasage de i par rapport à u.

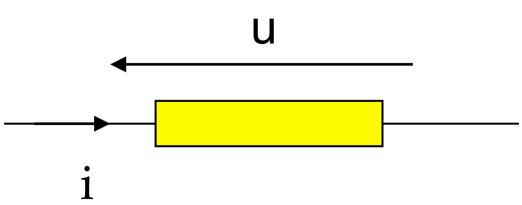


REPRESENTATION DE FRESNEL

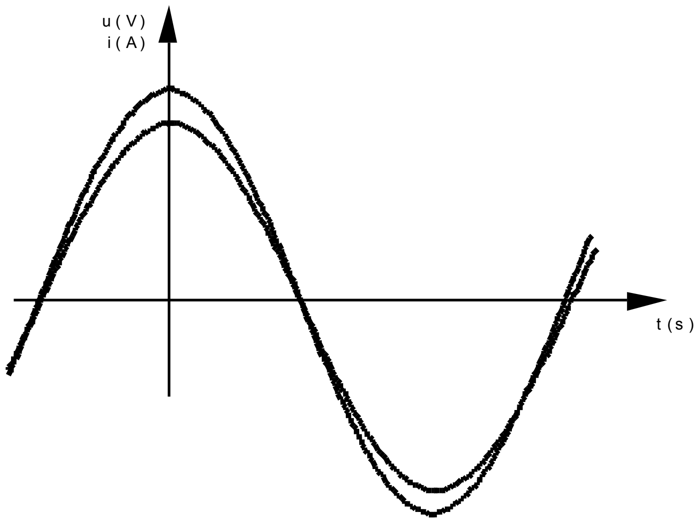
- $u = \hat{U} \cos(\omega t)$ — u est choisie comme origine des phases.
- $i_1 = \hat{I} \cos(\omega t - \varphi_1)$ — i_1 est déphasé de φ_1 en arrière.
- $i_2 = \hat{I} \cos(\omega t - \varphi_2)$ — i_2 est déphasé de φ_2 en avance.

- E - ETUDE DE QUELQUES DIPOLES :

DIPOLE ETUDIÉ : **RESISTANCE : R**

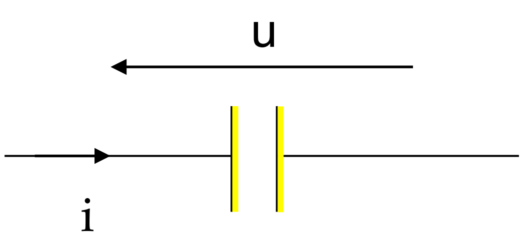


DÉPHASAGE DE i PAR RAPPORT À u	0	i est en phase avec u
COMPORTEMENT EN RÉGIME CONTINU	$\hat{U} = R.\hat{I}$	
COMPORTEMENT EN RÉGIME SINUSOÏDAL	$u = R.i$	



VISUALISATION DU COMPORTEMENT D'UN RÉSISTOR
EN RÉGIME SINUSOÏDAL

DIPOLE ETUDIÉ : **CONDENSATEUR : C**

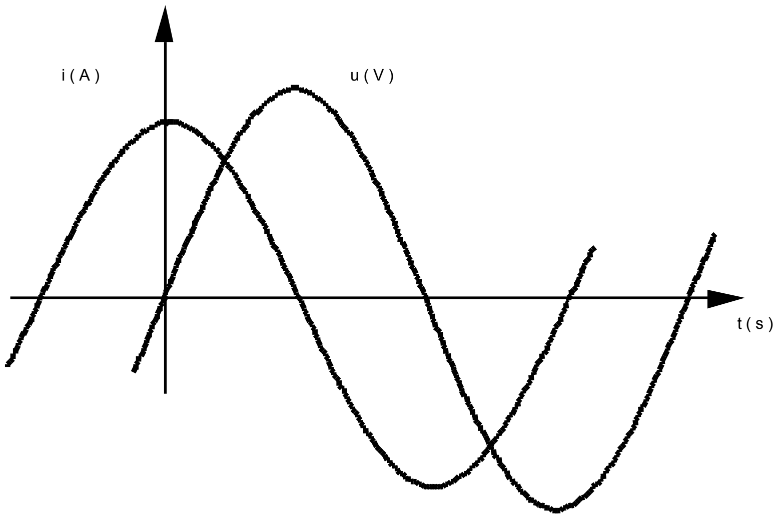


DÉPHASAGE DE i PAR RAPPORT À u — $-\pi/2$ rad — i est en avance / u

COMPORTEMENT EN RÉGIME CONTINU — Interrupteur ouvert

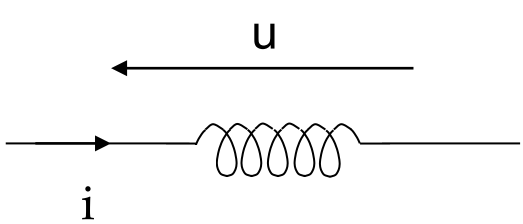
COMPORTEMENT EN RÉGIME SINUSOÏDAL

$$\begin{cases} U = \dfrac{1}{C\omega} I \\ i = C.\dfrac{du}{dt} \end{cases}$$



VISUALISATION DU COMPORTEMENT D'UN CONDENSATEUR
EN RÉGIME SINUSOÏDAL

DIPOLE ETUDIÉ : **BOBINE PARFAITE D'INDUCTANCE : L**

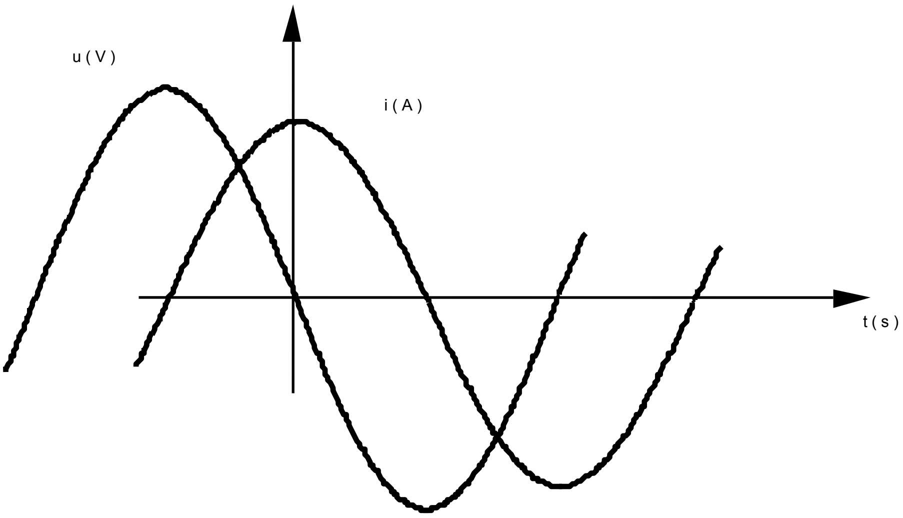


DÉPHASAGE DE i PAR RAPPORT À u — π / 2 rad — i est en retard / u

COMPORTEMENT EN RÉGIME CONTINU — Court- circuit

COMPORTEMENT EN RÉGIME SINUSOÏDAL

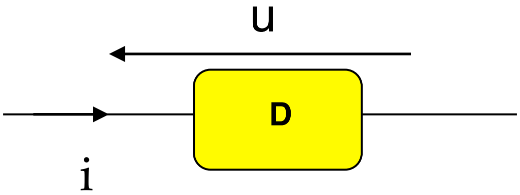
$$\begin{cases} U = L\omega.I \\ u = L.\dfrac{di}{dt} \end{cases}$$



VISUALISATION DU COMPORTEMENT D'UNE BOBINE PARFAITE
EN RÉGIME SINUSOÏDAL

- F - PUISSANCES EN RÉGIME SINUSOÏDAL :

Soit le dipôle D, traversé par un courant d'intensité i, dont les bornes sont soumises à une tension u :



Les deux grandeurs u et i sont sinusoïdales, elles sont déphasées d'un angle φ.

- PUISSANCE INSTANTANÉE $\qquad p = u.i$

- PUISSANCE ACTIVE $P = U.I.\cos \varphi$ en watts

- PUISSANCE RÉACTIVE $Q = U.I.\sin \varphi$ en vars

- PUISSANCE APPARENTE $S = U.I$ en V.A

- FACTEUR DE PUISSANCE $k = \cos \varphi = P / S$

- THÉORÈME DE BOUCHEROT

Les puissances active et réactive absorbées par un groupement de dipôles sont respectivement égales à la somme algébrique des puissances actives et réactives absorbées par chaque élément du groupement

$$P = \Sigma P_i$$

$$Q = \Sigma Q_i$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

- P, Q, S et k sont donnés pour les trois dipôles R, L et C.

$R.I^2$

DIPOLE ETUDIE	P (W)	Q (VAR)	S (V.A)	k
RESISTOR : R	$R.I^2$	0	$R.I^2$	1
CONDENSATEUR : C	0	$- C.\omega.U^2$	$C.\omega.U^2$	0
INDUCTANCE PURE : L	0	$L\omega.I^2$	$L\omega.I^2$	0

- Si Q est positif le dipôle est inductif
- Si Q est négatif le dipôle est capacitif
- Si Q est nulle le dipôle est purement résistif.

- G – UTILISATION DES NOMBRES COMPLEXES :

Les impédances des trois dipôles sont exprimées, en utilisant les nombres complexes, par les relations suivantes :

DIPOLE ETUDIE		IMPEDANCE COMPLEXE
RESISTOR :	R	$\underline{Z}_R = R$
CONDENSATEUR :	C	$\underline{Z}_C = 1 / jC\omega$
INDUCTANCE PURE :	L	$\underline{Z}_L = jL\omega$

Quelques rappels sur l'utilisation des nombres complexes :

- $j^2 = -1$
- Soit $\underline{x} = a + j.b$

  Le module de $\underline{x}$ est $X = \sqrt{a^2 + b^2}$

  L'argument de $\underline{x}$ est $\varphi = \tan^{-1}\frac{b}{a}$

- Soient $\underline{x} = a + j.b$ et $\underline{z} = c + j.d$

  $\underline{x} + \underline{z} = a + c + j\,(b + d)$

  $\underline{x}.\,\underline{z} = ac - bd + j\,(ad + bc)$

$$\frac{\underline{x}}{\underline{z}} = \frac{ac + bd + j\,(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

- H - Facteur de puissance :

Définition générale :

$$k = P/S$$

Cas particulier en régime sinusoidale

$K = P/S = \cos\phi$

Importance du cos ϕ

I = P/U.cosϕ

Problème économique : Plus I est faible plus les pertes sont faibles ; Pour diminuer I sans modifier P OU U, il faut augmenter cos ϕ.

On dit qu'il faut **relever le facteur de puissance**

$$cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$$

Plus Q se rapproche de 0, plus cosϕ se rapproche de 1. En rajoutant à l'installation électrique des condensateurs ou des inductances , on modifie Q sans modifier P.

Relèvement du facteur de puissance

Si l'installation électrique est inductive (Q> 0) , il faut diminuer Q en adjoignant des condensateurs (Qc < 0) de telle sorte que 0 < Q+ Qc < Q

Méthode :

L'objectif est de dimensionner le condensateur en fonction du facteur de puissance recherché pour passer du facteur de puissance cosϕ à cos ϕ1

C = $\frac{P(tg\varphi - tg\varphi 1)}{\omega U^2}$